

Prepa 4 Solución:

Problema 1:

Se sabe que las ondas de corriente y voltaje deben tener la misma velocidad angular y que deben ser de forma senoidal.

Del dibujo se ve que $v_{(0)}=v_{MAX}=10\text{ v}$ y que $v_{(4ms)}=0\text{ v}$ además se ve que la onda es claramente un coseno $v_{(t)}=V_{max}\cdot\cos(\omega\cdot t+\psi)$ y ya que el máximo ocurre en 0 entonces $\psi=0\rightarrow V_{(t)}=V_{max}\cdot\cos(\omega\cdot t)$ esto se saca fácilmente evaluando. Además como para $t=4\text{ ms}$ se ve que paso 1/4 de periodo entonces:

$$T=16\text{ ms}\rightarrow\omega=\frac{2\cdot\pi}{T}=392.699\text{ rad/seg} \text{ podemos escribir el voltaje como un fasor:}$$

$$\bar{V}=\frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ=7,07\angle 0^\circ$$

De la corriente solo sabemos que: $i_{(0)}=5\text{ A}$, $i_{(2ms)}=0\text{ A}$ y que tiene la misma velocidad angular que el voltaje.

$$i_{(t)}=I_{max}\cdot\cos(\omega\cdot t+\psi_i)\rightarrow i_{(0)}=I_{max}\cdot\cos(\psi_i) \text{ y } i_{(2ms)}=I_{MAX}\cdot\cos(\omega\cdot 2\text{ ms}+\psi_i)$$

$$\text{Resolviendo el sistema de ecuaciones no lineal: } \psi_i=45^\circ \text{ y } I_{MAX}=7.07\text{ A}$$

Esto también se podía ver como que la corriente atrasa al voltaje por 2 ms, es decir que su diferencia angular debía ser $\psi_i=\omega\cdot\Delta t=392.699\text{ rad/seg}\cdot 2\text{ms}\cdot 180^\circ/\pi=45^\circ$

$$i_{(0)}=5=I_{MAX}\cdot\cos(45^\circ)=I_{MAX}\cdot 1/\sqrt{2}\rightarrow I_{MAX}=\sqrt{2}\cdot 5=7.07 \text{ En fasor:}$$

$$\bar{I}=I_{MAX}/\sqrt{2}\angle 45^\circ=5\angle 45^\circ$$

Se puede ver que con el método de fasores es más fácil.

Ahora los valores de R y C:

$$\bar{V}=\bar{Z}\cdot\bar{I}\rightarrow\bar{Z}=\frac{\bar{V}}{\bar{I}}=1.4142\angle -45^\circ=1+j=\bar{Z}=R-\frac{j}{\omega\cdot C}\rightarrow R=1 \text{ y } C=\frac{1}{\omega}=2.5465\text{ mF}$$

Problema 2:

Se tiene como dato $\omega=1000\text{ rad/seg}$ y que $\bar{I}=5\angle 45^\circ$ tomando como referencia el voltaje U.

La primera pregunta es dibujar las intensidades I1 e I2 de la figura 9.2. Se ve que las ramas comparten voltaje, la rama I1 es completamente capacitiva por lo que su impedancia es $\bar{Z}_1=-j/\omega c=1/\omega c\angle -90^\circ$ de la rama dos sabemos que $\bar{Z}_2=2\cdot\sqrt{3}+2j=4\angle 30^\circ$, además se sabe que $\bar{U}=U\angle 0^\circ$ y que $\bar{I}=5\angle 45^\circ=\bar{I}_1+\bar{I}_2=U/\bar{Z}_1+U/\bar{Z}_2=U(0.25\angle -30+\omega c\angle +90)$ de esta ecuación no conocemos los módulos pero podemos igualar los ángulos ya que se debe cumplir que $0.25\angle -30+\omega c\angle +90=|\bar{Y}_{th}|\angle +45^\circ$ es decir buscar C para que esa admitancia total tenga ángulo $+45^\circ$, esta es una ecuación compleja de la cual se desconocen C y Yth (dos variables) por lo que se puede resolver (recordando que $\omega=1000$).

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.25\cos(-30)+\omega c\cos(90)=Y_{th}\cos(45^\circ) \\ 0.25\sin(-30)+\omega c\sin(90)=Y_{th}\sin(45^\circ) \end{array} \right\}\rightarrow\left\{ \begin{array}{l} Y_{th}=306.186\text{ m}\Omega^{-1} \\ C=341.506\text{ }\mu\text{F} \end{array} \right\}$$

Una vez obtenido el valor de C se puede conseguir $\bar{Z}_1=2,9282\Omega\angle -90^\circ$ con esto:
 $\bar{I}=5\angle 45^\circ=\bar{I}_1+\bar{I}_2=U/\bar{Z}_1+U/\bar{Z}_2=U\cdot\bar{Y}_{th}\rightarrow U=5\text{ A}\angle 45^\circ/0.306186\Omega^{-1}\angle 45^\circ=16.3299\text{ v}\rightarrow$
 $\bar{I}_1=U/\bar{Z}_1=5.5768\text{ A}\angle 90^\circ$ y $\bar{I}_2=U/\bar{Z}_2=4.0825\text{ A}\angle -30^\circ$ Diagrama temporal:

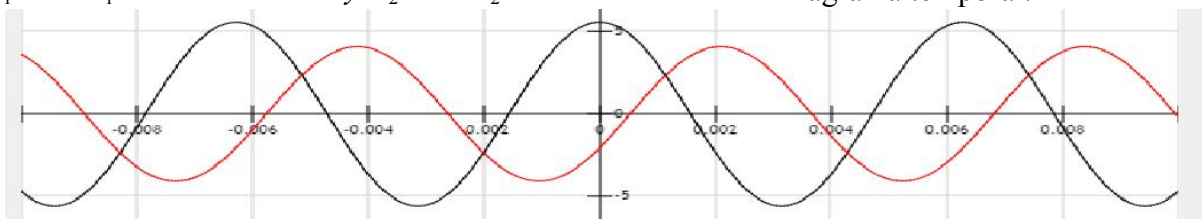
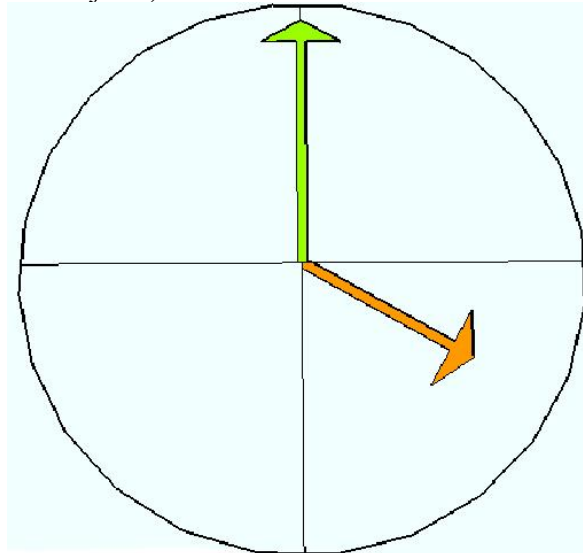


Diagrama fasorial (verde I1 naranja I2):



Para la pregunta anterior se busco C.

Falta buscar el valor de R para que la fuente U_s tenga $U_{s\text{rms}}=20\text{V}$ (los voltímetros miden RMS), se tiene que:

$\overline{U}_s = R \cdot \overline{I} + \overline{U} = R \cdot 5 \angle 45^\circ + 16.3299 \angle 0^\circ = 20 \angle \psi_s$ al igual que antes, 1 ecuación compleja con dos incógnitas, pero esta vez por desconocer los ángulos el método usual a usar es tomar modulo a ambos lados de la ecuación:

$$20 = \sqrt{(16.3299 + 5 \cdot R \cdot \sqrt{2}/2)^2 + (5 \cdot R \cdot \sqrt{2}/2)^2} \rightarrow R = 956.5929 \text{ m } \Omega$$

Problema 3:

Se tiene como dato $\omega=1000 \text{ rad/seg}$ y las medidas de los amperímetros $A_1=10\text{A}$, $A_2=6\text{A}$ y que la impedancia de la rama 1 tiene argumento de 45° . Igual que en el pasado U es la referencia.

Nota importante: Este ejercicio fue pensado como que los amperímetros daban los valores pico, por eso hay muchos sqrt(2) en las respuestas, esto se debe a que el ejercicio fue sacado de un libro extranjero con esa nomenclatura, para mantener la nomenclatura usual se tomara como que los amperímetros dan valor RMS, que es lo que usualmente da un equipo de medición AC.

$$\dot{Z}_1 = R_1 + j\omega L = R_1 + j10\Omega = Z_1 \angle 45^\circ \rightarrow R_1 = 10\Omega \text{ y } Z_1 = 10\sqrt{2}\Omega = 14.1421\Omega$$

$$\overline{I}_1 = 10 \angle \psi_{I1} = 10 \angle \psi_{I1} \rightarrow \overline{U} = U \angle 0^\circ = \dot{Z}_1 \cdot \overline{I}_1 = 10\sqrt{2} \cdot 10 \angle \psi_{I1} - 45^\circ \rightarrow U = 100\sqrt{2} \text{ v y } \psi_{I1} = 45^\circ$$

$$\overline{I}_2 = \overline{U} / \dot{Z}_2 = 6 \text{ A } \angle \psi_{I2} \rightarrow 100\sqrt{2} \text{ v} = 6 \text{ A} \cdot Z_2 \angle \psi_{I2} + \psi_{Z2} \rightarrow Z_2 = 23.5702\Omega \text{ y } \psi_{I2} = -\psi_{Z2}$$

$$\dot{Z}_2 = R_2 - j/\omega c = R_2 - j10\Omega \rightarrow Z_2 = \sqrt{R_2^2 + 100\Omega^2} = 23.5702\Omega \rightarrow 21.3437\Omega \rightarrow \psi_{Z2} = -25.1041^\circ$$

$$\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 = \overline{U} / \dot{Z}_1 + \overline{U} / \dot{Z}_2 = 13.2980 \text{ A } \angle -19.8959^\circ$$

$\overline{U}_s = 154 \text{ v } \angle \psi_s = R \cdot \overline{I} + \overline{U}$ otra vez una ecuación de dos incógnitas donde no conocemos un ángulo por lo tanto usamos para resolver igualar los módulos de las ecuaciones:

$$154 = \sqrt{(R \cdot I \cdot \cos(-19.8959^\circ) + 100\sqrt{2} \text{ v})^2 + (R \cdot I \cdot \sin(-19.8959^\circ))^2} \rightarrow R = 1.0006 \Omega$$

Ahora con R evaluando en la expresión anterior: $R \cdot \overline{I} + \overline{U} = 154 \text{ v } \angle -29.4086^\circ$

Problema 4:

Se tiene como dato las medidas de los amperímetros $A1=5A$, $A2=3A$ y que la impedancia del dipolo D es resistiva.

En el punto de unión se tomara un voltaje U:

$$\bar{U} = \bar{I}_1 \cdot \dot{Z}_1 = \bar{I}_2 \cdot (\dot{Z}_2 + R_D) = 5\sqrt{2} \text{ v} \angle \psi_{I1} + 45^\circ = 3 \text{ A} \angle \psi_{I2} \cdot ((1+j)\Omega + R_D)$$

Igualando módulos $5\sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{(1+R_D)^2 + 1} \rightarrow R_D = 1.1344 \Omega$

Como no dicen quien es la referencia pondré la referencia en U, con la ecuación inicial:

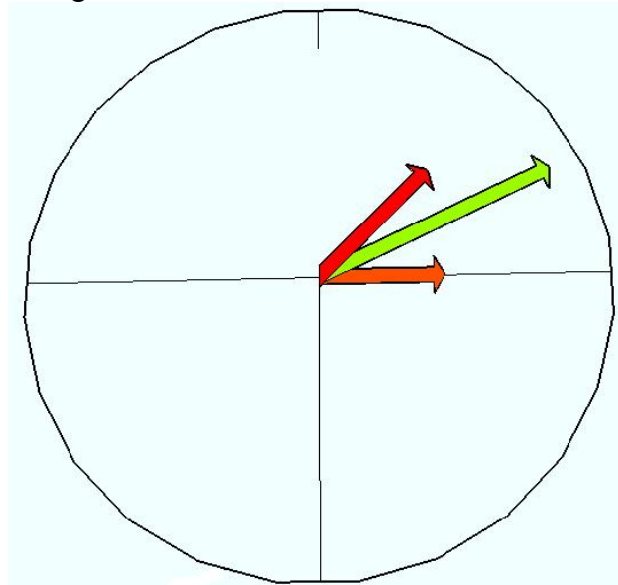
$$U = I/Z_1 = 3.5355 \text{ v} \rightarrow \bar{I}_1 = 2.5 \text{ A} \angle -45^\circ \text{ y } \bar{I}_2 = 1.5 \text{ A} \angle -25.1041^\circ \text{ con esto:}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 3.9437 \text{ A} \angle -37.5627^\circ \text{ y } \bar{U}_s = (1+2j)\Omega \cdot \bar{I} = 8.8183 \angle 25.8722^\circ$$

Para el diagrama de las tensiones:

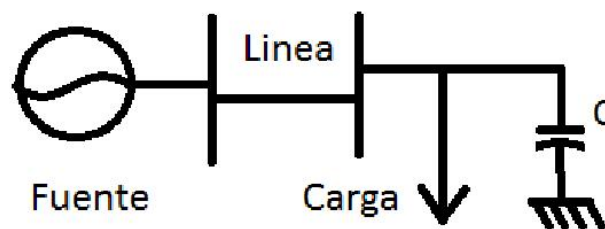
$$\bar{V}_{Z1} = \bar{I}_1 \cdot \dot{Z}_1 = 3.5355 \angle 0^\circ \text{ y } \bar{V}_{Z2} = \bar{I}_2 \cdot \dot{Z}_2 = 2.1213 \angle 19.8959^\circ \text{ y } \bar{V}_D = \bar{I}_2 \cdot \dot{R}_D = 1.7016 \angle -25.1041^\circ$$

Pero como queremos de referencia I2 la cual está con ángulo -25.1041° hay que sumar 25.1041° a los 3 ángulos. Quedando el diagrama:



Se puede ver que el rojo (VZ2) y el naranja (VD) suman el verde (VZ1).

Problema 5 (adicional):



Del diagrama unifilar simplificado se tienen los siguientes datos:

- V_{rms} de la fuente es 110 V
- El sistema opera a 60 Hz.
- Línea se modelo como una resistencia de $10\text{m}\Omega$ y una inductancia de 2mH
- Carga modelada como una resistencia de 15Ω en paralelo con una inductancia 7.36193mH
- Capacitancia C de 1 mF

Determine el voltaje en la carga con y sin el capacitor, al igual que la corriente que sale de la fuente, use el método fasorial.

Solución:

Primero se consiguen todas las impedancias del sistema:

$$Z_{LINEA} = 0.01 + j753.9822 \Omega$$

$$Z_C = -j2,6525 \Omega$$

$$Z_{LCARGA} = j2,6525 \Omega$$

$$Z_{RCARGA} = 15 \Omega$$

Sin capacitor:

$$\text{Voltaje: } \bar{V}_{sc} = 110 \cdot \frac{Z_{RCARGA} // Z_{LCARGA}}{Z_{RCARGA} // Z_{LCARGA} + Z_{LINEA}} = 85.5530 \text{ v } \angle -36.1700^\circ$$

$$\text{Corriente: } \frac{110 - \bar{V}_{sc}}{Z_{LINEA}} = 32.7532 \text{ A } \angle -82.0440^\circ$$

Con capacitor:

$$\text{Voltaje: } \bar{V} = 110 \cdot \frac{Z_{RCARGA} // Z_{LCARGA} // Z_C}{Z_{RCARGA} // Z_{LCARGA} // Z_C + Z_{LINEA}} = 85.5530 \text{ v } \angle -36.1700^\circ$$

$$\text{Corriente: } \frac{110 - \bar{V}}{Z_{LINEA}} = 7.3192 \text{ A } \angle -2.8757^\circ$$

Algo importante a mencionar en este ejercicio es que poner una rama en paralelo en lugar de disminuir la impedancia del circuito la aumenta, esto es algo que es muy probable que ocurra cuando se tiene un sistema completamente inductivo y se le agrega capacitancia o viceversa.